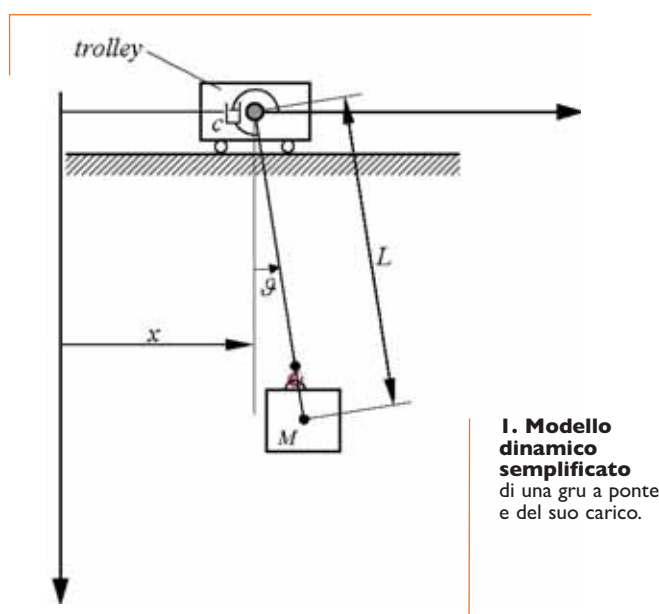


# Il controllo delle oscillazioni nei carichi sospesi



Come è noto, le gru a ponte e a cavalletto vengono impiegate in numerose applicazioni industriali e commerciali per la movimentazione di merci e parti di macchine.

La necessità di rendere più efficienti le operazioni di spostamento richiede di raggiungere velocità di traslazione sempre maggiori, mantenendo tuttavia il controllo delle oscillazioni del carico.

I fenomeni oscillatori si innescano soprattutto durante le fasi di accelerazione e di decelerazione del carro (trolley), al quale il carico è ap-

plicato: infatti, se i tempi di avviamento e di arresto sono troppo ridotti, il valori di accelerazione in gioco possono produrre forze d'inerzia tali da determinare movimenti del carico di ampiezza molto elevata, generando situazioni pericolose per gli operatori.

Si tenga inoltre presente che, proprio a causa delle modalità di applicazione del carico, sospeso al trolley tramite funi, le azioni dissipative sono di modesta entità e, di conseguenza, risulta particolarmente difficile eliminare in breve tempo un fenomeno oscillatorio innescato

Un metodo di pianificazione del movimento consente di ridurre le oscillazioni di carichi sospesi movimentati tramite gru a ponte o a cavalletto.

Una tecnica implementata su una gru reale se, per

l'azionamento del trolley, si dispone di un servomotore con controllo di posizione e di velocità

per effetto di una movimentazione troppo rapida.

Nella maggior parte dei casi il controllo delle oscillazioni viene effettuato manualmente, affidando nell'abilità del manovratore che, grazie alla sua esperienza pratica, gestisce le operazioni di movimentazione del trolley in modo da eliminare o ridurre al minimo le condizioni di rischio.

Grazie al sempre più diffuso impiego di servomotori controllati, anche nel settore delle macchine per sollevamento e trasporto di merci, appare oggi sempre più conveniente controllare le oscillazioni del carico tramite un'opportuna pianificazione del movimento del trolley, pianificazione che deve ovviamente essere condotta sulla base di una serie di parametri noti, quali la lunghezza delle funi, il tempo di azionamento richiesto, il grado di smorzamento del sistema reale, ecc.

Il problema sopra esposto è stato oggetto di un'estesa attività di ricerca da oltre vent'anni: i contributi forniti dai vari gruppi di ricerca (vedi bibliografia) riguardano soprattutto lo sviluppo di modelli matematici per simulazione, lo studio di tecniche di controllo in anello aperto o chiuso, la robustezza del metodo al variare dei parametri del sistema, ecc.

Questo studio mira a dare un contributo al problema del controllo delle oscillazioni, propone una soluzione basata sulla sintesi di leggi di moto ottimizzate sotto l'aspetto dinamico; il problema di pianificazione presentato può essere visto come un classico problema di ottimizzazione vincolata su più variabili, in cui occorre minimizzare una funzione obiettivo.

Di seguito vengono analizzati i dettagli relativi alla modellazione del sistema dinamico e alla definizione delle leggi di moto utilizzate per l'azionamento del trolley; verranno inoltre presentati i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche effettuate.

## Modello dinamico di una gru a ponte

Il modello dinamico semplificato di una gru a ponte e del suo carico è rappresentato schematicamente in figura 1.

In questo studio, effettuato nello spazio bidimensionale, si assume che la fune sia perfettamente rigida, di massa trascurabile e di lun-

ghezza  $L$  costante; inoltre si ritiene che il trolley possa eseguire con precisione la legge di moto  $x(t)$  richiesta.

Quest'ultima ipotesi può essere considerata valida se, per l'azionamento del trolley, si utilizza un servomotore con controllo di posizione e di velocità in anello chiuso.

Gli effetti dovuti alle dissipazioni energetiche durante le oscillazioni del carico vengono considerati nel modello matematico mediante l'introduzione di uno smorzatore viscoso avente costante di smorzamento pari a  $c$ ; il valore di tale costante può essere ricavato mediante prove sperimentali di vibrazione libera, misurando la riduzione dell'ampiezza di oscillazione ad ogni ciclo.

Utilizzando come coordinata libera l'angolo di inclinazione  $J$  della fune rispetto alla verticale, l'equazione di moto del sistema risulta:

$$\ddot{\vartheta} + \frac{c}{ML^2}\dot{\vartheta} + \frac{g}{L}\sin\vartheta = -\frac{\ddot{x}(t)}{L}\cos\vartheta \quad (1)$$

dove  $M$  indica la massa del carico,  $L$  la lunghezza della fune e  $g$  l'accelerazione di gravità.

Introducendo ora l'ipotesi di piccole oscillazioni ( $\sin\delta \approx \delta$ ,  $\cos\delta \approx 1$ ) tale equazione può essere riscritta nella forma:

$$\ddot{\vartheta} + 2\xi\omega_n\dot{\vartheta} + \omega_n^2\vartheta = -\frac{\ddot{x}(t)}{L} \quad (2)$$

in cui compaiono la pulsazione propria  $\omega_n$  del sistema ed il fattore adimensionale di smorzamento  $\xi$ , definiti dalle relazioni:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \xi = \frac{c}{2ML\sqrt{gL}} \quad (3)$$

Essendo nota la legge di accelerazione  $\ddot{x}(t)$  del trolley, è possibile calcolare la soluzione dell'equazione differenziale (2) mediante procedimenti analitici o numerici; in questo modo si ottiene l'andamento nel tempo dell'angolo  $\delta$  di inclinazione della fune rispetto alla verticale.

Se la legge di moto del trolley viene scelta opportunamente, è possibile ridurre le oscillazioni del carico sospeso senza ridurre i tempi di movimentazione.

Il paragrafo seguente fornisce alcuni dettagli matematici relativi alla famiglia di leggi di moto utilizzate per raggiungere questo obiettivo.

## Definizione della legge di moto

Per pianificare il movimento del trolley è conveniente utilizzare una classe di leggi di moto il cui profilo possa essere modificato con facilità agendo su un insieme opportuno di parametri numerici.

Tali parametri (detti *coefficienti di forma*) devono consentire all'utente di variare il profilo di accelerazione mantenendo il rispetto delle condizioni di continuità ai limiti dell'intervallo di azionamento.

Utilizzando, ad esempio, leggi di moto trapezoidali è possibile modificare il profilo di accelerazione agendo su sette valori numerici  $\delta_i = t_i/t_f$  ( $i = 1, \dots, 7$ ) che rappresentano frazioni del tempo totale di azionamento  $t_f$ . Queste leggi di moto, ampiamente utilizzate in letteratura per la progettazione di meccanismi a camma, possono essere utilmente impiegate anche per il controllo delle oscillazioni di carichi sospesi.

In figura 2 è rappresentato un esempio di legge di moto a sette segmenti con raccordi sinusoidali fra i tratti ad accelerazione costante.

Per confrontare differenti leggi di moto appartenenti alla stessa famiglia si calcolano due coefficienti adimensionali denominati rispettivamente coefficiente di velocità e coefficiente di accelerazione; tali coefficienti, solitamente indicati con i simboli  $c_v$  e  $c_a$ , sono definiti dalle seguenti relazioni:

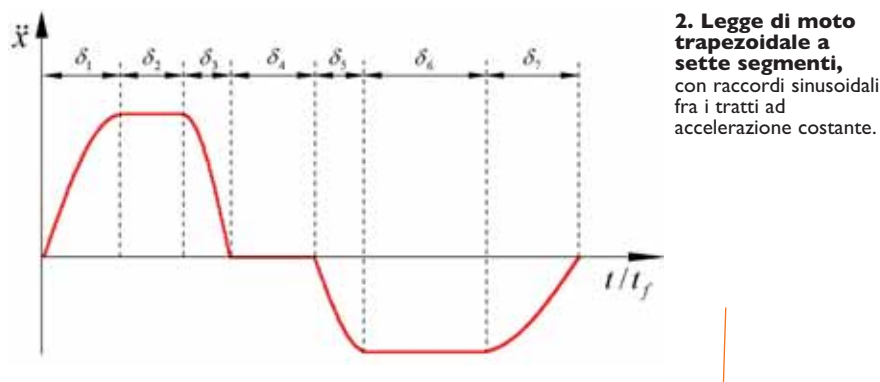
$$c_v = \frac{\dot{x}_{max}}{h/t_f} \quad c_a = \frac{\ddot{x}_{max}}{h/t_f^2} \quad (4)$$

in cui  $h$  indica lo spostamento che il trolley deve effettuare.

Nei casi in cui i valori massimi di accelerazione positiva e negativa risultino differenti (come accade nel grafico di figura 2) si definiscono due diversi coefficienti di accelerazione, indicati rispettivamente con i simboli  $c_{a+}$  e  $c_{a-}$ .

Appare interessante sottolineare come i coefficienti di velocità e di accelerazione possano essere espressi in funzione dei coefficienti  $\delta_i$  (le espressioni analitiche dettagliate sono reperibili in [1]). Utilizzando il formalismo matematico possiamo quindi scrivere:

$$c_v = p(\delta) \quad c_{a+} = q(\delta) \quad c_{a-} = r(\delta) \quad (5)$$



**2. Legge di moto trapezoidale a sette segmenti,** con raccordi sinusoidali fra i tratti ad accelerazione costante.

dove  $\delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_7\}^T$  è un vettore contenente i coefficienti che definiscono la legge di moto, mentre  $p, q$  ed  $r$  rappresentano tre opportune funzioni delle sette variabili scalari  $\delta_i$  ( $i=1, \dots, 7$ ). Chiaramente è sempre possibile ridurre il numero di variabili da cui dipende la forma del profilo, definendo opportune relazioni fra i coefficienti. A titolo di esempio si riportano in figura 3 due leggi di moto semplificate, dipendenti soltanto da due parametri, indicati con i simboli  $\lambda$  e  $\mu$ , ed aventi entrambe il tratto centrale nullo ( $\delta_4 = 0$ ).

Per la legge di figura 3a il vettore dei parametri è:

**Eliminazione delle oscillazioni**

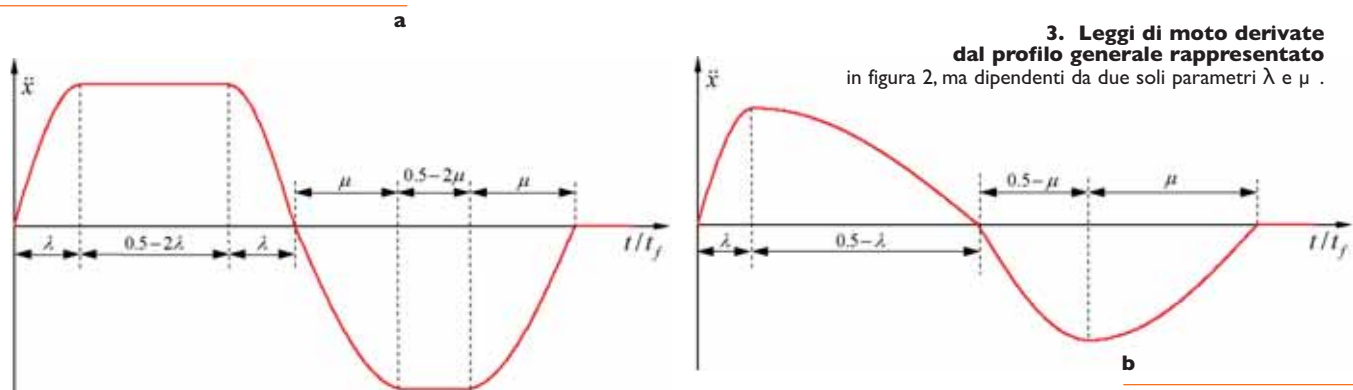
Viene qui descritto l'approccio utilizzato per ridurre le oscillazioni del carico sospeso. In particolare ci si soffermerà sulla possibilità di ridurre le oscillazioni che si manifestano al termine della corsa del trolley (oscillazioni residue), ovvero quando il carico è pronto per essere depositato. Come si è detto in precedenza, il risultato deve essere ottenuto senza ridurre la velocità media del trolley (mantenendo quindi invariati sia lo spostamento da compiere, sia il tempo di azionamento) ed agendo esclusivamente sulla legge di moto utilizzata per la movimentazione.

energia potenziale gravitazionale: tale energia determina un'oscillazione indesiderata del carico per  $t > t_f$ . L'ampiezza di tale oscillazione si riduce progressivamente a causa dei fenomeni dissipativi, ma il tempo necessario per ottenere l'arresto completo del carico può essere notevole, in quanto il coefficiente di smorzamento del sistema risulta solitamente molto basso. Se, tramite un'adeguata pianificazione del moto del trolley, si riesce ad azzerare o a minimizzare il valore dell'energia meccanica finale, l'oscillazione residua verrà eliminata o comunque ridotta in ampiezza.

Partendo da queste considerazioni si può affermare che l'energia finale, che indicheremo con il simbolo  $E_f$ , gioca il ruolo di funzione obiettivo: essa varia in funzione della legge di accelerazione del trolley e quindi dipende dai sette coefficienti contenuti nel vettore  $\delta$ ; con formalismo matematico possiamo quindi scrivere:

$$E_f = f(\delta) \tag{8}$$

Il problema di ottimizzazione che occorre risolvere richiede quindi di determinare i valori dei parametri contenuti nel vettore  $\delta$  per i quali la



**3. Legge di moto derivate dal profilo generale rappresentato in figura 2,** ma dipendenti da due soli parametri  $\lambda$  e  $\mu$ .

$$\delta = \{\lambda \quad (0.5 - 2\lambda) \quad \lambda \quad 0 \quad \mu \quad (0.5 - 2\mu) \quad \mu\}^T \tag{6}$$

con  $0 \leq \lambda, \mu \leq 0.25$ , mentre per la legge di figura 3b il vettore risulta:

$$\delta = \{\lambda \quad 0 \quad (0.5 - \lambda) \quad 0 \quad (0.5 - \mu) \quad 0 \quad \mu\}^T \tag{7}$$

con  $0 \leq \lambda, \mu \leq 0.5$ .

Chiaramente occorrerà anche verificare che la legge di moto prescelta non solo elimini le oscillazioni residue, ma mantenga entro limiti accettabili anche le oscillazioni del carico durante la fase di movimentazione.

La presenza di oscillazioni residue indica chiaramente che, al termine dell'intervallo di azionamento, (cioè all'istante di tempo  $t = t_f$ ) il carico possiede ancora una certa quantità di energia meccanica, sotto forma di energia cinetica e di

funzione  $E_f$  risulta minima; il calcolo può essere effettuato con opportune tecniche matematiche, ampiamente documentate in letteratura (si veda ad esempio [2]) ed oggi facilmente reperibili all'interno di pacchetti software commerciali per calcolo tecnico-scientifico.

Al fine di evitare che l'algoritmo utilizzato per la ricerca del minimo possa assegnare ai coefficienti della legge di moto valori non accettabili, è bene introdurre opportuni vincoli algebrici sul-

le variabili: ad esempio, per le leggi di movimentazione a sette segmenti, i coefficienti  $\delta_i$  dovranno risultare tutti positivi (o al limite nulli); tenendo inoltre presente che tali parametri sono definiti come rapporto fra i tempi parziali  $t_i$  e il tempo totale di azionamento  $t_f$ , la loro somma dovrà essere uguale all'unità.

Facoltativamente si possono inserire vincoli supplementari in modo tale da rispettare i valori massimi consentiti per i coefficienti di accelerazione e di velocità; in tal caso occorre ricavare le espressioni analitiche delle funzioni  $p(\delta)$ ,  $q(\delta)$  ed  $r(\delta)$  definite in precedenza ed imporre le condizioni:

$$p(\delta) \leq c_{v+}^* \quad q(\delta) \leq c_{a+}^* \quad r(\delta) \leq c_{a-}^* \quad (9)$$

in cui i simboli con l'asterisco indicano i valori limite consentiti dei coefficienti di accelerazione e di velocità.

Ovviamente la procedura di ottimizzazione può essere applicata anche a leggi di moto dipendenti da un numero di parametri inferiore a sette, come nel caso delle leggi di moto riportate in figura 3.

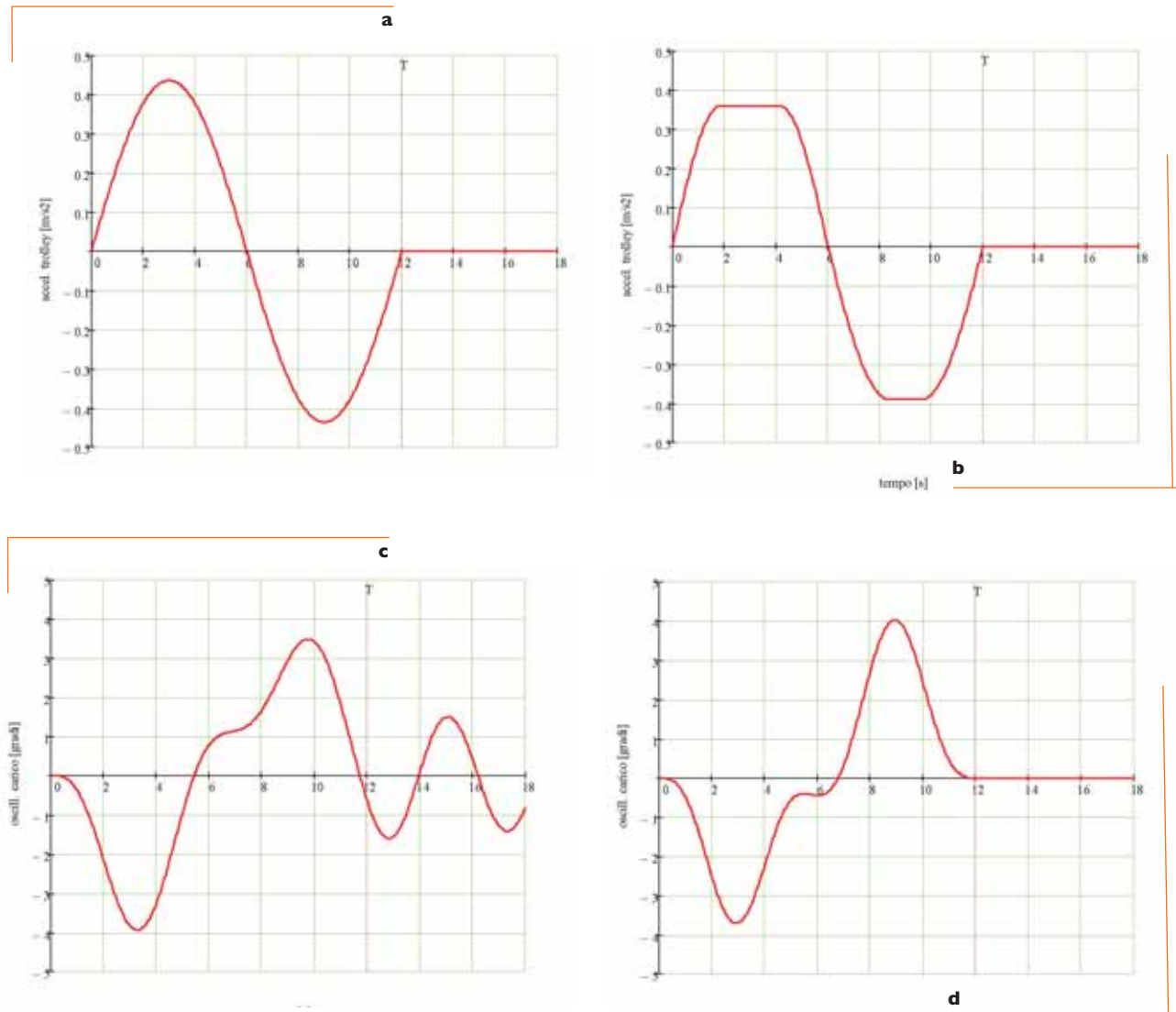
## Risultati teorici

In questo paragrafo si riporta un esempio di ottimizzazione del movimento, realizzato mediante simulazione numerica.

I calcoli sono stati svolti supponendo di dover movimentare un carico sospeso ad una fune di

lunghezza  $L = 5$  m in un tempo  $t_f = 12$  s coprendo una distanza  $b = 10$  m. Per tenere conto dei fenomeni dissipativi è stato introdotto un fattore di smorzamento  $\xi = 0.02$ . Con i dati sopra riportati il periodo proprio delle piccole oscillazioni  $T_n$  è uguale a 4.48 secondi, mentre il rapporto fra il periodo proprio ed il tempo di azionamento risulta  $T_n/t_f = 0.373$ .

L'ottimizzazione è stata effettuata utilizzando una legge di moto con profilo di accelerazione dipendente da due parametri  $\lambda$  e  $\mu$ , analogo a quello rappresentato in figura 3a. Dovendo eliminare le vibrazioni residue, si è scelto di minimizzare l'energia totale finale, in accordo con i criteri esposti nel paragrafo 4. La figura 4 mostra gli effetti del procedimento di ottimizzazione attuato; i diagrammi a sinistra riportano gli andamenti



### 4. Simulazioni dinamiche con legge di moto non ottimizzata e con legge ottimizzata:

- a) accelerazione del trolley (caso non ottimizzato); b) accelerazione del trolley (caso ottimizzato); c) angolo di oscillazione del carico (caso non ottimizzato); d) angolo di oscillazione del carico (caso ottimizzato).

temporali dell'accelerazione del trolley e dell'angolo di oscillazione del carico per un caso non ottimizzato, mentre la colonna a destra riporta i corrispondenti diagrammi per il caso ottimizzato.

Il confronto fra i grafici di figura 4c e 4d mette in evidenza la scomparsa della vibrazione residua per  $t > t_p$ ; gli stessi grafici mostrano inoltre che la differenza ( $\Delta\vartheta = \vartheta_{max} - \vartheta_{min}$ ) durante il tratto di azionamento non subisce variazioni di rilievo nei due casi.

## Conclusioni

Le simulazioni effettuate mostrano che la tecnica descritta nell'articolo può contribuire a ridurre le oscillazioni di carichi sospesi, senza ridurre i tempi di azionamento e la corsa da effettuare.

La pianificazione del moto viene effettuata fuori linea, tramite un modello matematico del carico oscillante ed una procedura numerica di ottimizzazione, il cui scopo è quello di modificare la legge di movimento del trolley fino ad ottenere le migliori prestazioni in termini di ampiezza di oscillazione. La legge di moto ottimizzata può essere successivamente trasferita nella memoria del controllore che gestisce l'azionamento del trolley stesso.

La modifica della legge di movimento viene effettuata agendo su una serie di coefficienti numerici, i cui valori determinano in modo univoco l'andamento dei profili di spostamento, velocità ed accelerazione: è anche possibile esprimere i valori massimi e minimi di accelerazione in funzione di tali coefficienti e verificare immediatamente se la legge individuata può essere effettivamente realizzata dal motore che aziona il trolley. Il procedimento di calcolo garantisce inoltre il rispetto delle condizioni di continuità della velocità dell'accelerazione negli istanti iniziale e finale.

L'approccio adottato appare semplice da implementare, in quanto richiede soltanto l'utilizzo di un servomotore controllato per l'azionamento del trolley; inoltre, non essendo necessario l'impiego di sensori per il rilevamento delle oscillazioni, il metodo proposto appare vantaggioso anche sotto l'aspetto economico.

G. Incerti, Università degli Studi di Brescia,  
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale.

## Bibliografia

- [1] Magnani, P.L., Ruggieri, G., *Meccanismi per macchine automatiche*, UTET, Torino (1986).
- [2] Rao, S.S., *Engineering Optimization - Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1996).
- [3] Singhose, W., Porter, L., Kenison, M., Kriikku, E., *Effects of hoisting on the input shaping control of gantry cranes*, *Control Engineering Practice*, vol. 8, 1159-1165 (2000).
- [4] Lee, H.H., *A New Motion Planning Scheme for Overhead Cranes with High-Speed Hoisting*, *J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 126, 359-364 (2004).
- [5] Cartmell, M.P., *On the Need for Control of Non-linear Oscillations in Machine Systems*, *Meccanica*, vol. 38, 185-212 (2003).
- [6] Gallina, P., Trevisani, A., *Synthesis and Experimental Validation of a Delayed Reference Controller for Active Vibration Suppression in Mechanical Systems*, *J. of Applied Mechanics*, vol. 72, 623-627 (2005).
- [7] Chang, C., *The switching algorithm for the control of overhead crane*, *Neural Computing & Applications*, vol. 15, 350-358 (2006).
- [8] Lee, H.H., Liang, Y., Segura, D., *A New Sliding-Mode Antiswing Trajectory Control for Overhead Cranes with High-Speed Load Hoisting*, *J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 128, 842-845 (2006).
- [9] Liu, D., Yi, J., Zhao, D., Wang, W., *Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane*, *Mechatronics*, vol. 15, 505-522 (2005).
- [10] Chang, C., Hsu, S., Chiang, K., *A practical fuzzy controllers scheme of overhead crane*, *J. of Control Theory and Applications*, vol. 3, 266-270 (2005).
- [11] Cheng, C.C., Chen C.Y., *Controller design for an overhead crane system with uncertainty*, *Control Engineering Practice*, vol. 4, No.5, 645-653 (1996).
- [12] Yi, J., Yubazaki, N., Hirota, K., *Anti-swing and positioning control of overhead traveling crane*, *Information Sciences*, vol. 155, 19-42 (2003).
- [13] Moreno, L., Acosta, L., Méndez, J.A., Torres, S., Hamilton, A., Marichal, G.N., *A self-tuning neuromorphic controller: application to the crane problem*, *Control Engineering Practice*, vol. 6, 1475-1483 (1998).
- [14] Lee, H.H., *A Modeling and Control of a Three-Dimensional Overhead Crane*, *J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 120, 471-476 (1998).

*Il bloccaggio sicuro  
che sfrutta la tensione  
anziché l'attrito*

- Resistenza contro lo svitamento dovuto a vibrazioni
- Precarico controllabile
- Acciai di alta qualità
- Precarico controllabile
- Riutilizzabili

**Sigma-3 S.r.l.**

Tel +39.011.34.99.668

Fax +39.011.34.99.543

info@nord-lock.it

www.nord-lock.it

readerservice.it n.23227