

# PROGETTAZIONE AVANZATA CON METODI NUMERICI

**La modellazione solida parametrica e l'analisi numerica per elementi finiti di componenti strutturali permettono al progettista meccanico di analizzare problematiche generali, caratterizzate da geometrie molto complesse**

**L**a suddivisione dei solidi continui in un numero finito di elementi (discretizzazione) consente di ricondurre la determinazione della risposta strutturale alla soluzione numerica di un problema avente un numero finito di gradi di libertà. Questa procedura permette di analizzare problematiche alquanto generali ed eventualmente caratterizzate da geometrie anche molto complesse, per le quali la determinazione analitica della risposta tenso-deformativa risulterebbe impossibile.

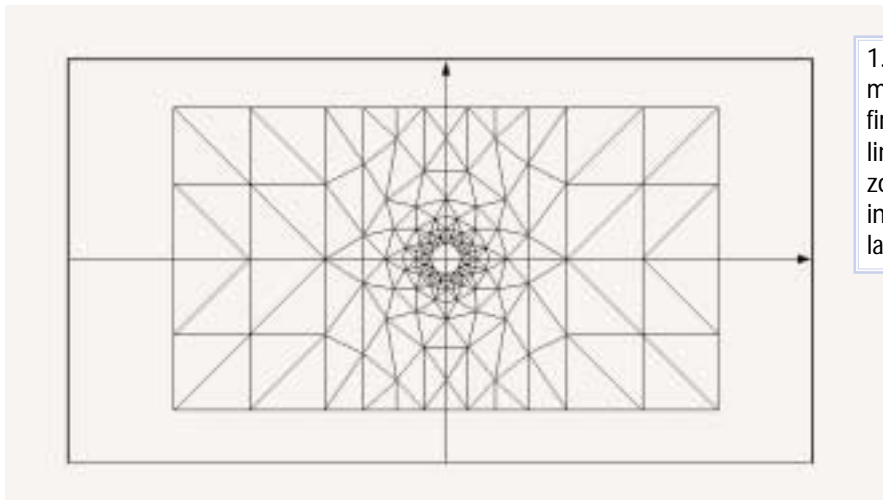
In molti progetti strutturali, inoltre, lo stato di sforzo dipende dallo stato termico della struttura e/o dall'interazione con correnti fluide che lambiscono la struttura. In questi casi accurate simulazioni numeriche dei processi di ottenimento degli elementi delle macchine, analisi termo-fluidodinamica e simulazioni multibody dovrebbero sempre affiancare l'analisi strutturale vera e propria nel progetto complessivo di componenti e sistemi meccanici [1-9]. I metodi numerici implementati nei solutori dei software per il calcolo strutturale sono utilizzabili anche in ambito fluidodinamico e termo-fluidodinamico, ovvero, in generale, in tutti i settori dell'ingegneria in cui si abbia la necessità di discretizzare sistemi continui il cui comportamento sia governato da equazioni differenziali relativamente complesse. È poi responsabilità del progettista possedere gli strumenti e le nozioni fonda-

mentali per la modellazione e l'analisi di problemi strutturali e termo-strutturali attraverso l'utilizzo del metodo degli elementi finiti supportato dall'utilizzo di modellatori solidi parametrici, ovvero avere competenza nell'individuazione dei problemi e nel giudizio sulle consulenze.

Nel presente lavoro si vogliono evidenziare le nozioni base (da approfondire attraverso corsi universitari o post-universitari) che il progettista meccanico dovrebbe avere prima di affrontare la soluzione per via numerica di un problema in campo termo-strutturale.

## LE FUNZIONI DI FORMA

La scelta della funzione di forma influenza la fase di suddivisione in elementi finiti. L'utilizzo di elementi finiti con funzioni di forma lineari permette di modellare l'andamento degli spostamenti (quindi delle deformazioni e delle tensioni) all'interno dei singoli elementi finiti attraverso funzioni lineari. L'utilizzo di elementi finiti con funzioni di forma lineari richiede perciò suddivisioni molto fitte in corrispondenza delle zone del componente in analisi in cui si prevede vi sia un elevato gradiente degli sforzi (dovuto ad esempio ad intagli o a brusche variazioni di sezione). È pertanto necessaria l'effettuazione di prove preliminari (analisi di modelli ad infittimento crescente)



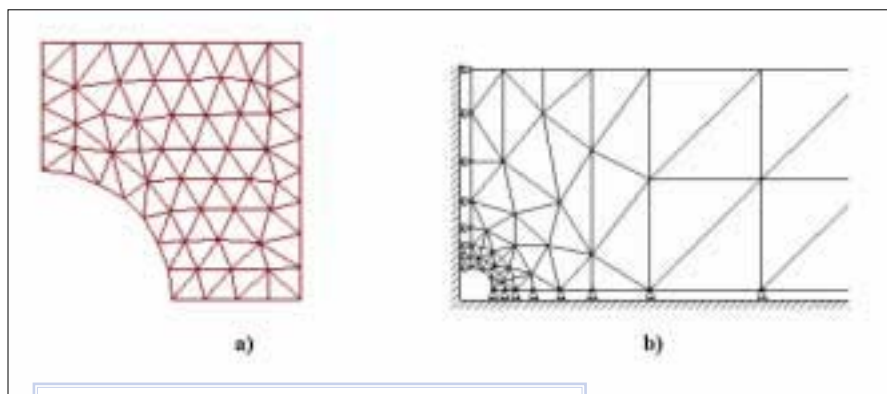
1. Esempio di modellazione mediante l'utilizzo di elementi finiti con funzioni di forma lineari: in corrispondenza delle zone "critiche" è necessario infittire opportunamente la suddivisione in elementi finiti.

ti con funzioni di forma di grado superiore al primo; pur essendo la mesh uniforme per tutto il modello, i risultati sono accurati anche per le zone in cui vi sono elevati gradienti degli sforzi.

che permettano di indicare la dimensione caratteristica corretta degli elementi finiti nelle zone "critiche".

In figura 1 è riportato l'esempio di una piastra forata [8, 9], modellata mediante elementi finiti aventi funzioni di forma lineari: in corrispondenza delle zone "critiche" (il foro in questo caso) è necessario operare un infittimento della suddivisione in elementi finiti.

L'introduzione di elementi finiti che prevedano l'utilizzo di funzioni di forma di grado superiore al primo permette di "adeguare" il grado della funzione di forma alla particolare applicazione (si passa da polinomi interpolanti semplici a polinomi più complessi). In pratica non è necessario effettuare delle prove preliminari con modelli ad infittimento crescente per ottenere discretizzazioni che diano risultati corretti in quanto è il programma di calcolo stesso che, fissato il tipo di suddivisione in elementi finiti, uti-



2. Esempio di modellazione attraverso elementi finiti (a) con funzioni di forma aventi grado superiore al primo e con funzioni di forma di primo grado (b); pur essendo, nel caso a), la mesh uniforme per tutto il modello, i risultati sono accurati anche per le zone in cui vi sono elevati gradienti degli sforzi.

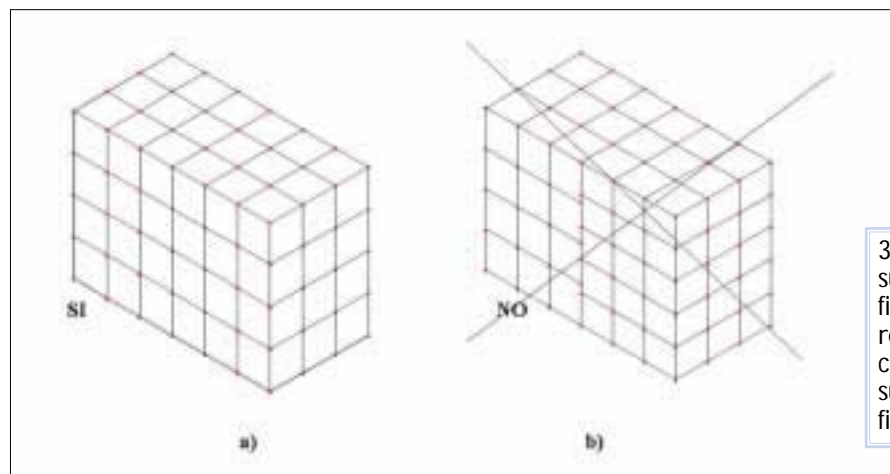
L'utilizzo simultaneo di una schematizzazione in elementi finiti di dimensioni corrette e di elementi gerarchici che abilitino la modellazione mediante funzioni di

forma di grado adeguato permette di ottenere i risultati migliori.

forma di grado adeguato permette di ottenere i risultati migliori.

### CRITERI DI MODELLAZIONE

Elementi finiti contigui devono avere nodi coincidenti sulle superfici di confine. Si riporta, in figura 3a, l'esempio di una suddivisione in elementi finiti tridimensionali realizzata correttamente. In figura 3b lo stesso volume presenta discontinuità dovute alla non coincidenza

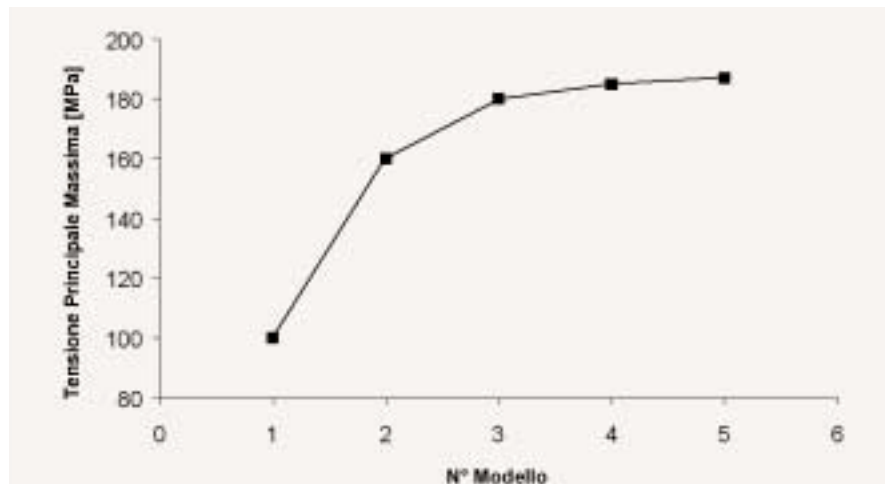


3. Esempio di una suddivisione in elementi finiti tridimensionali realizzata correttamente (a), suddivisione in elementi finiti non corretta (b).

dei nodi nella sezione di mezzeria. Alcuni software consentono di ristabilire la congruenza degli spostamenti per superfici con nodi non coincidenti sulle superfici di confine (caso della figura 3b). Tuttavia i risultati, in termini di sforzi, spes-

forma di grado crescente in funzione del gradiente degli sforzi: utilizzando i solutori in commercio solitamente non si incontrano problemi di convergenza ad una soluzione accettabile dal punto di vista ingegneristico. L'utilizzo di funzio-

gli elementi finiti, bidimensionali o tridimensionali, devono avere rapporto tra i lati, ASPECT RATIO, prossimo all'unità; gli angoli ai vertici degli elementi finiti, bidimensionali o tridimensionali, dovrebbero assumere lo stesso valore (ad esempio 90° per elementi finiti quadrangolari e 60° per elementi finiti triangolari); è necessario infittire la suddivisione in elementi finiti nelle zone in cui sono previsti elevati gradienti di sforzo (intagli o brusche variazioni di sezione); la correttezza della suddivisione in elementi finiti, in analisi strutturali statiche con comportamento del materiale lineare elastico, può essere verificata realizzando modelli ad infittimento crescente (figura 4).



4. Valutazione dell'accuratezza dei risultati attraverso l'utilizzo di modelli a infittimento crescente.

so in tali zone non sono accurati e, solitamente, questa modalità di suddivisione in elementi finiti viene utilizzata per collegare zone del modello con differente infittimento, lontano dalle zone di interesse. Per elementi finiti con funzioni di

ni di forma di grado crescente, nelle zone in cui siano presenti gradienti di sforzi accentuati, permette di adeguare la funzione di forma alla precisione voluta. Per elementi finiti con funzioni di forma lineari (nelle le zone del modello in cui si vogliono risultati accurati):

### CONCLUSIONI

Le linee guida per una corretta modellazione agli elementi finiti espone nel presente articolo, anche se di base, consentono di realizzare modelli FEM, aventi comportamento lineare elastico, sufficientemente accurati.

I criteri di modellazione esposti sono la base per un corretto utilizzo dei software commerciali, software che comunque, per un corretto utilizzo, necessitano la conoscenza dei metodi numerici implementati nei solutori.

Un utilizzo superficiale di modellatori e solutori FEM commerciali, strumenti potenti perché ad alto livello, potrebbe portare a risultati completamente errati e compromettere l'intero progetto.

S. Baragetti, G. Cossali, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Bergamo, Dalmine (BG).

Gli autori sono i direttori della terza edizione del corso di aggiornamento "Dal disegno alla modellazione agli elementi finiti di componenti strutturali" che si terrà nei giorni 30 giugno e 1, 2 luglio 2004. Il corso intende fornire gli strumenti di base per una corretta modellazione strutturale con il metodo degli elementi finiti.

### BIBLIOGRAFIA

- [1] Johnson, L. W., Riess, R. D. (1982) *Numerical Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company inc., Philippines.
- [2] Comincioli, V. (1995) *Analisi numerica: metodi, modelli, applicazioni*, McGraw-Hill Libri Italia srl.
- [3] Barrett, R., Berry, M., Chan, T., Demmel, J., Donato, J., Dongarra, J., Eijkhout, V., Pozo, R., Romine, C., van der Vorst, H. (1996) *TEMPLATES-for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*, SIAM.
- [4] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (1989) *The Finite Element Method*, McGraw-Hill Book Company, Great Britain.
- [5] Kurowski, P. (1996) *Good Solid Modeling, Bad FEA*, Machine Design, N° 21.
- [6] Nesar, U. A., Basu, P. K. (1993) *Higher Order Modeling of Plates by P-Version of Finite Element Method*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No. 6.
- [7] Bathe, K. J. (1996) *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey.
- [8] Guagliano, M., Vergani, L. (1998) *Appunti delle lezioni di Costruzione di Macchine del Prof. Angelo Terranova*, Edizioni CUSL, Milano.
- [9] Davoli, P., Vergani, L., Beretta, S., Guagliano, M., Baragetti, S. *Costruzione di Macchine 1*, Mc-Graw-Hill, Milano, 2003.