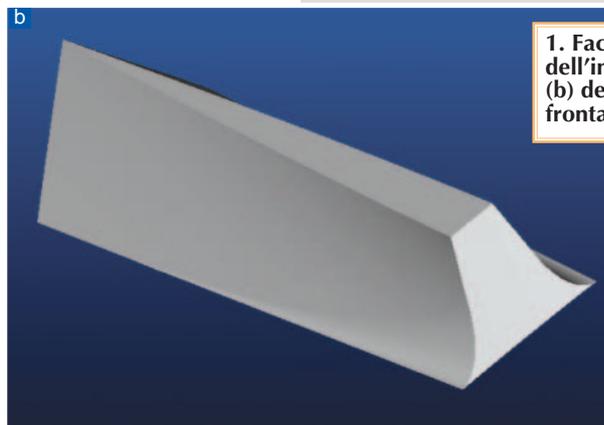
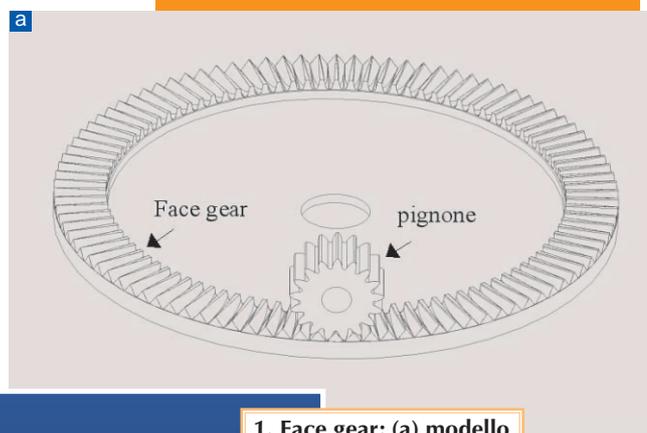


# LE SOLLECITAZIONI DEGLI INGRANAGGI A DENTI FRONTALI

Un ingranaggio a denti frontali (Face Gear) offre vantaggi sia in termini di peso sia in termini di ripartizione dei carichi sui denti, in particolare nel caso di trasmissioni multiple. La caratterizzazione dello stato di sollecitazione mediante FEM e il confronto con un ingranaggio conico convenzionale equivalente

**G**li ingranaggi face gear, o a denti frontali (figura 1-a), sono un particolare tipo di trasmissione in cui una delle ruote è un pignone cilindrico a denti diritti o elicoidali montato in modo che l'asse della ruota e quello del pignone, che possono essere concorrenti o sghembi, formino un angolo prossimo a  $90^\circ$ . Il profilo del pignone è costante per tutta la sua lunghezza mentre la ruota frontale presenta una geometria (figura 1-b) che varia in modo da assicurare un profilo coniugato. Il contatto ideale ruota-pignone può essere lineare o puntiforme in base alla bombatura e/o al numero di denti del pignone di lavoro rispetto al numero di denti del pignone 'utensile'. Le linee di contatto non sono rettilinee, e inoltre sono disposte obliquamente sul fianco del dente. Elementi caratteristici di questo tipo di ingranaggio sono l'elevato rapporto di contatto e la regolarità di ingranamento. L'ingranaggio face gear ha una ridotta sensibilità al disallineamento e i bassi errori di trasmissione garantiscono un basso livello di rumorosità. La geometria del contat-



1. Face gear: (a) modello dell'ingranaggio, (b) dente della ruota frontale.

to e la robustezza dei denti rendono possibile la trasmissione di potenze elevate.

Questo ingranaggio, che in passato ha avuto sporadiche applicazioni, limitate a trasmissioni con basso numero di giri e bassa potenza, recentemente ha destato l'interesse dei

ripartizione di carico tra i denti. D'altra parte, l'inflessione dei denti e della corona influenzano notevolmente la ripartizione del carico tra i denti e l'andamento della pressione di contatto e della tensione alla base del dente. Da queste considerazioni, nasce la necessità di

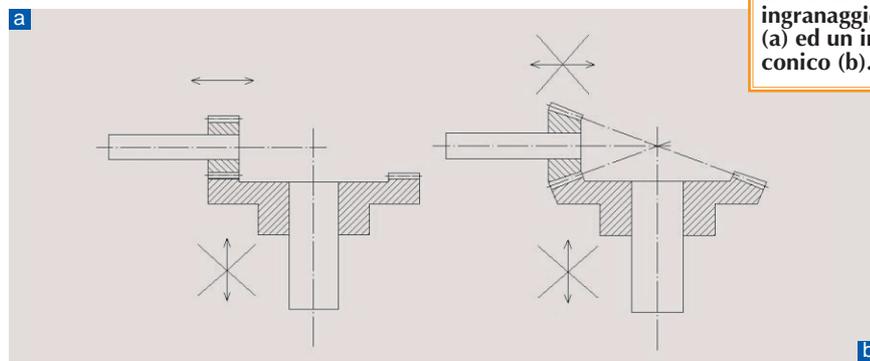
è stata effettuata utilizzando particolari elementi di contatto disponibili in programmi commerciali per analisi ad elementi finiti.

Altri approcci per risolvere il problema della ripartizione del carico tra i denti di un ingranaggio generico sono basati sull'ipotesi di deformazione del dente e spostamento del punto di contatto sotto carico lineare [17] e comunque con

funzioni di influenza approssimate, determinate da uno studio preliminare FEM tridimensionale [18].

Per quanto riguarda gli ingranaggi face gear sono state condotte analisi FEM su un singolo dente caricato uniformemente su tutta l'ipotetica linea di contatto [19] e analisi più grossolane per modellare l'ingranaggio a due ruote frontali e un pignone per simulare la ripartizione del momento [20].

L'obiettivo di questo articolo riguarda la caratterizzazione dello stato di



**2. Schemi di un ingranaggio face gear (a) ed un ingranaggio conico (b).**

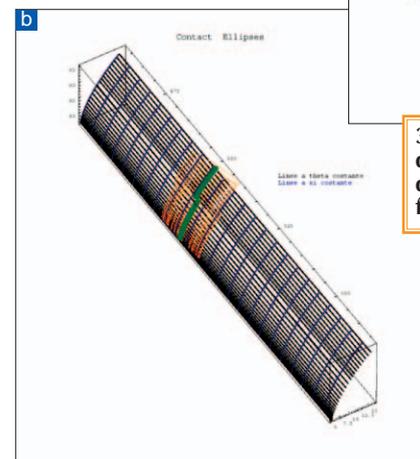
maggiori costruttori di trasmissioni per elicotteri e convertiplani [1,2]. Infatti, esso offre, rispetto ai più convenzionali ingranaggi conici, sia vantaggi di peso sia vantaggi in termini di ripartizione dei carichi sui denti, in particolare nel caso di trasmissioni multiple. Varie applicazioni del face gear possono essere reperite nel sito Internet di uno dei maggiori costruttori [3,4].

Litvin [5-7] ha proposto uno studio geometrico-analitico completo degli ingranaggi face gear con generazione della ruota frontale per involuppo da un pignone cilindrico a denti dritti e simulazione dell'ingranamento con il pignone. In questo studio è stato analizzato l'effetto di errori di posizionamento degli assi del pignone e della ruota, ed è stato dimostrato che questo errore non comporta errori di trasmissione, come nel caso delle ruote coniche, ma semplicemente uno spostamento delle ellissi ideali di contatto.

Per quanto riguarda la verifica a resistenza, l'esperienza con ingranaggi leggeri, ma sottoposti a carichi e velocità elevate, dimostra che i metodi tradizionali di calcolo predicono livelli di carico con errori molto elevati [8]. Infatti, le formule semi empiriche comunemente usate, derivate dalla formula di Lewis e corrette con fattori dettati dall'esperienza, non tengono conto degli effetti sullo stato di tensione dello spessore della corona, del disallineamento e della

analisi ad elementi finiti (FEM) per la determinazione della distribuzione dello stato di tensione. Tali analisi dovrebbero essere inoltre eseguite con modelli tridimensionali, in particolare nei casi in cui gli ingranaggi non sono cilindrici e ad assi paralleli.

In letteratura tecnica sono riportati i risultati di molte analisi FEM piane eseguite risolvendo il problema del



**3. Punti ed ellissi di contatto determinate sulla superficie del fianco del dente della ruota frontale (a) e del pignone (b).**

contatto con la rimozione dei nodi che comportano forze di trazione dai nodi ipotizzati in contatto [9], oppure con elementi gap e mesh molto raffinate [10]. In applicazioni tridimensionali, sono stati usati elementi gap nel caso di ingranaggi cilindrici a dentatura diritta ed elicoidale [11].

La simulazione dell'ingranamento nel caso di ruota spiroconica [12-16]

sollecitazione di un ingranaggio di tipo face gear e un confronto con un ingranaggio conico equivalente, avente gli stessi coni primitivi e raggi medi (figura 2-b).

Un codice di calcolo [21] sviluppato per la generazione per involuppo della superficie del dente e la simulazione cinematica dell'ingranamento è stato utilizzato per generare le superfici dei denti del face gear e per individuare i punti di contatto fra i denti del pignone e quelli della ruota frontale.

Questi risultati sono stati utilizzati per creare modelli CAD tridimensionali dai quali ottenere i modelli FEM per le analisi strutturali.



4. Modello CAD 3D del face gear.

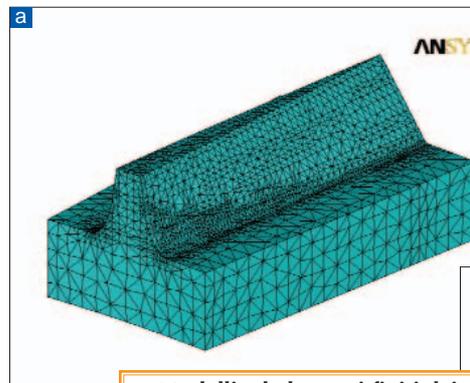
### MODELLAZIONE CAD

La modellazione geometrica dei denti della ruota frontale e del pignone è stata eseguita interfacciando un programma per la generazione per involuppo dei fianchi dei denti e un sistema CAD 3D di tipo parametrico-variazionale.

Il fianco del dente della ruota frontale è stato generato da un programma, sviluppato con il codice Matematica®, basato sulla formulazione analitica del fianco e del raccordo del

I risultati ottenuti sono stati trasmessi al sistema CAD Pro/ENGINEER 2000i® per la generazione dei modelli solidi. La superficie del fianco della ruota frontale è stata generata nell'ambiente CAD utilizzando curve di

Il modello del pignone è stato costruito facendo uso delle equazioni del fianco del dente con profilo ad evolvente, introdotte come input esterno ad un modello parametrico in ambiente Pro/ENGINEER®. Il fianco del dente del pignone è stato generato mediante operazioni di "sweeping" basate sulla descrizione di una superficie come traslazione del profilo ad evolvente lungo una traiettoria prefissata. La scelta di traiettorie rettilinee o curve



5. Modelli ad elementi finiti dei denti della ruota frontale (a) e del pignone (b).



appoggio. In particolare, la soluzione adottata è stata quella di costruire il fianco e il raccordo mediante curve di appoggio "longitudinali", e successiva unione delle due superfici con imposizione delle condizioni di continuità delle tangenti e delle curvature

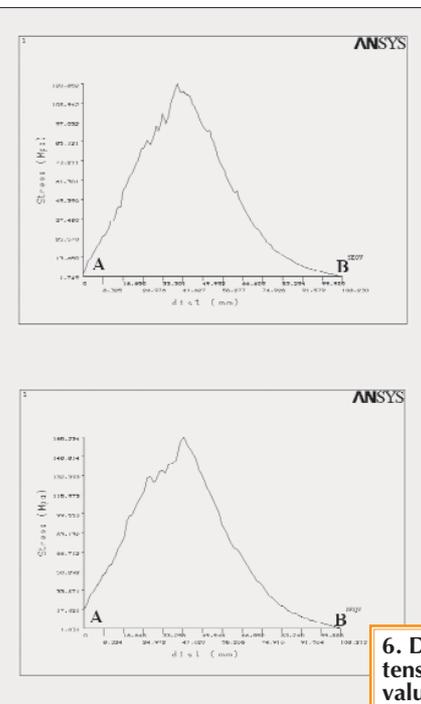
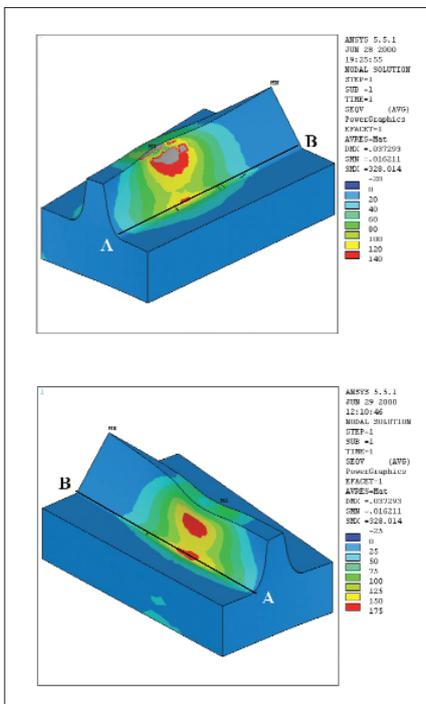
ha consentito la creazione rispettivamente di pignoni cilindrici o bombati. In figura 4 è mostrato il modello solido dell'ingranaggio face gear. La costruzione dei denti dell'ingranaggio conico a denti dritti di confronto è stata eseguita direttamente in ambiente Pro/ENGINEER®, costruendo il profilo del dente al raggio esterno e proiettandolo in direzione del vertice del cono primitivo.

### MODELLAZIONE E ANALISI FEM

I modelli ad elementi finiti dei denti della ruota frontale e del pignone sono stati creati in ambiente Pro/ENGINEER® utilizzando il modulo Pro/FEM-POST®. Gli elementi utilizzati sono solidi tetraedrici a 4 nodi. È stata adottata la meshatura automatica

con un infittimento imposto nella zona del raccordo e in quella di applicazione del carico, per un totale di circa 40.000 elementi (figura 5). Il dente è stato vincolato incastrando i lati del supporto inferiore.

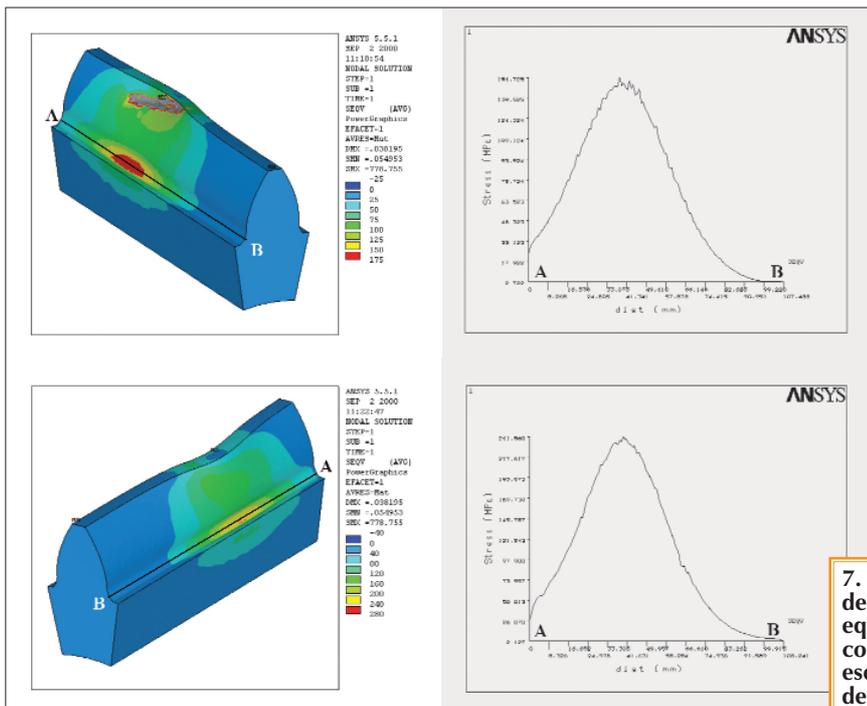
Per quanto riguarda il carico è stata



6. Distribuzioni della tensione equivalente valutata con le analisi FEM eseguita sulla ruota frontale (carico applicato nel punto di contatto più esterno).

dente per involuppo del dente di un pignone creatore, shaper, con profilo ad evolvente di cerchio. In figura 3 sono riportate le superfici dei fianchi dei denti di una ruota frontale e di un pignone ottenute da questo programma.

all'interfaccia. Il modello solido del dente è costruito tramite operazioni di specchiatura della geometria importata e la definizione dei contorni, in particolare ai bordi interno ed esterno della ruota.



zione delle tensioni alla base del dente e sulla sua flessibilità, in vista di una futura indagine sulla ripartizione dei carichi fra i denti in presa.

**RISULTATI E CONFRONTO**

Entrambi gli ingranaggi sono stati modellati considerando ruote con 100 denti e pignoni ingrananti con 17 denti. È stato assunto un modulo di 10, e un angolo di pressione di 20°. Il carico considerato corrisponde a 30.000 N al raggio medio.

È stato considerato il caso ideale di un solo dente in presa.

Nelle figure 6 e 7 sono presentati i risultati dell'analisi FEM per il dente rispettivamente della ruota frontale e del pignone considerando il punto di contatto più esterno.

A destra della distribuzione della tensione equivalente di Von Mises sull'intero dente, è riportato il grafico dell'andamento della stessa sulla linea AB al piede del dente.

Per meglio evidenziare le tensioni sui due fianchi del dente, sono riportati i risultati da due differenti punti di vista. Occorre osservare che, data

**7. Distribuzione della tensione equivalente valutata con le analisi FEM eseguita sul pignone del face gear (carico applicato nel punto di contatto più esterno).**

applicata la teoria di Hertz considerando i punti di contatto ideali ricavati dallo studio cinematico (ingranamento di ruote rigide).

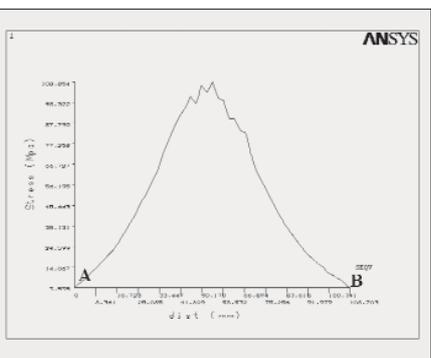
Nota la curvatura relativa, sono stati determinati i semiassi e l'orientamento dell'ellisse di contatto. In figura 3 sono riportati sul fianco dei denti i punti di contatto teorici e le corrispondenti ellissi di contatto. In pratica, dato che un semiasse risulta di un ordine di grandezza inferiore all'altro, il carico è stato distribuito con andamento parabolico su un segmento.

Questi dati sono stati riportati nei modelli CAD. Il modello FEM è stato quindi esportato in formato per ANSYS®, codice utilizzato per l'analisi e l'elaborazione dei risultati. Il file di esportazione contiene tutte le informazioni riguardanti nodi, elementi, vincoli, carichi e caratteristiche del materiale.

Una procedura analoga è stata adottata per la generazione del modello FEM dell'ingranaggio conico. I carichi agenti sul singolo dente della ruota conica e del pignone conico sono stati applicati considerando la teoria di Hertz e una bombatura del pignone conico tale da garantire ellissi di contatto con dimensioni comparabili, a parità di carico, con quelle del face gear.

L'uso integrato del programma per

la generazione del fianco del dente, del sistema CAD Pro/ENGINEER® e del codice ANSYS® per le analisi FEM ha consentito la generazione di geometrie tridimensionali piuttosto complesse, con il vantaggio di poter analizzare diverse configurazioni di carico e di studiare il comportamento strutturale dell'ingranaggio al variare di parametri ca-



**8. Distribuzione della tensione equivalente valutata con le analisi FEM eseguita sulla ruota conica (carico applicato nel punto di contatto più esterno).**

la discontinuità legata alla modalità di introduzione del carico, su un segmento anziché su un'area, le sollecitazioni relative alla zona di contatto non sono da ritenersi significative. D'altra parte lo studio del contatto, che esula dallo scopo del presente lavoro, avrebbe richiesto una mesh ben più raffinata.

Esclusa quindi la zona di contatto, le mappe e i grafici mostrano come i valori più elevati di sollecitazione siano raggiunti in una zona limitata

ratteristiche, quali ad esempio il raggio di raccordo alla base del dente e lo spessore del supporto (rim).

In questo lavoro, sono state eseguite diverse analisi su un singolo dente del face gear e del pignone variando la posizione dell'ellisse di contatto lungo il fianco del dente. L'analisi si è concentrata soprattutto sulla valuta-

alla base del dente su entrambi i fianchi, con la differenza che sul fianco caricato la tensione massima (120 MPa circa) è di trazione e quindi più critica per la fatica, mentre sul fianco opposto, che registra il massimo assoluto (165 MPa circa), è di compressione.

Per quanto riguarda il pignone, si rilevano valori più elevati della tensione massima alla base del dente (165 MPa e 240 MPa i valori massimi sui due fianchi): il pignone è dunque l'elemento più critico della coppia. Questi risultati sono stati confermati dalle analisi condotte per altri punti di contatto (figura 3).

Per quanto riguarda il confronto con l'ingranaggio conico equivalente, in figure 8 e 9 sono riportati i risultati dell'analisi FEM relativi al dente della ruota conica e del pignone. Si nota che le distribuzioni della tensione sono praticamente simmetriche lungo i denti rispetto alla mezzeria e che le tensioni massime (100 MPa e 115 MPa i valori rispettivi sul fianco caricato) sono comparabili con quelle della ruota frontale ma sensibilmente inferiori rispetto a quelle del pignone del face gear.

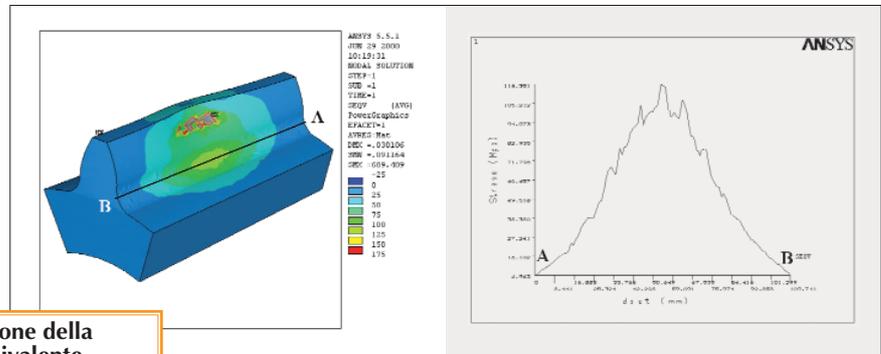
In figura 10 sono invece riportate per confronto le distribuzioni dello

spostamento totale nelle stesse condizioni di carico.

Anche in questo caso i valori più elevati della grandezza in esame si trovano nel face gear, in corrispondenza della zona di contatto. Si osserva che sia il picco di tensione che quello dello spostamento sono associati ad

fie dell'altro dente al di fuori della zona di contatto teorica.

Nella realtà quindi la zona di contatto è più ampia e ciò dovrebbe portare ad una diminuzione del picco di tensione alla base del dente oltre che del picco di spostamento. C'è inoltre da osservare che, nel caso



**9. Distribuzione della tensione equivalente valutata con le analisi FEM eseguita sul pignone conico (carico applicato nel punto di contatto più esterno).**

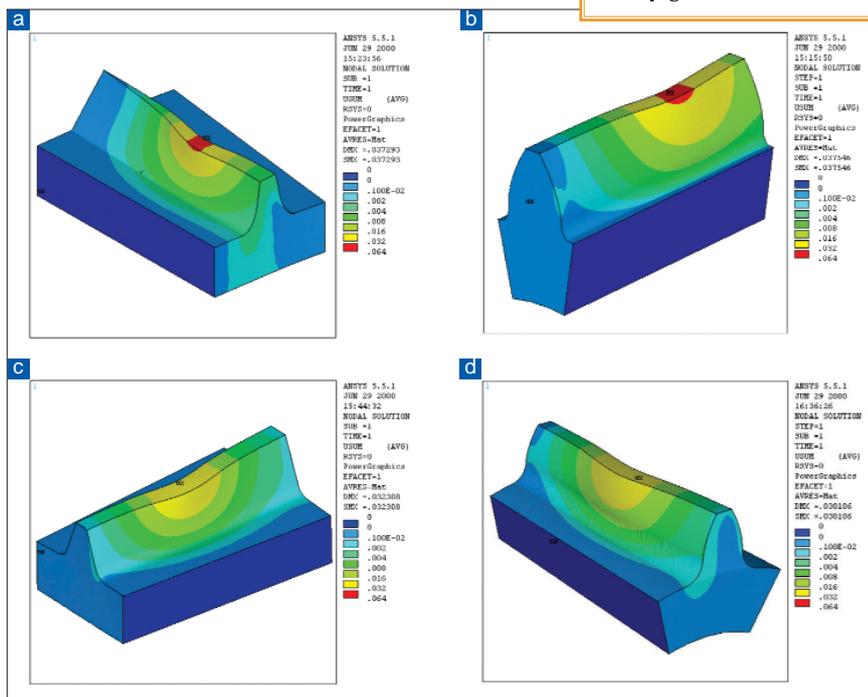
una asimmetria nella distribuzione, legata alla posizione e orientamento dell'ellisse di contatto. C'è da aggiungere che questi risultati sono di prima approssimazione perché, non avendo simulato l'insieme dei due denti in presa, il modello FEM del singolo dente non tiene conto dei vincoli allo spostamento rappresentati dalla super-

reale, sarà impossibile evitare errori costruttivi e di posizionamento i cui effetti si traducono, nel face gear, essenzialmente in spostamenti dell'ellisse di contatto lungo il dente [5], mentre nella ruota conica con denti bombati anche in una variazione nelle dimensioni e orientamento dell'ellisse di contatto con sicuro peggioramento delle condizioni di sollecitazione alla base del dente. Infine,

l'ingranaggio conico a denti dritti, scelto per il confronto per motivi di semplicità, non è esente da urti e sollecitazioni dinamiche, mentre la geometria del face gear rende l'ingranamento più graduale.

Un confronto più bilanciato, ma anche più complesso, potrà essere fatto in futuro con un ingranaggio spiroconico.

**10. Distribuzioni degli spostamenti nella ruota frontale (a), nel pignone del face gear (b), nella ruota conica (c) e nel pignone conico (d).**



La bibliografia di questo articolo si può richiedere all'ing. Sandro Barone, oppure alla redazione della rivista *Progettare* (progettare@bp.vnu.com).

S. Barone, P. Forte, Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione, Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria, Via Diotisalvi 2, 56126 Pisa.

E-mail: barone@ing.unipi.it, p.forte@ing.unipi.it